أولاً: السؤال الأول

40

1) $D_f =]-\infty, 0[\cup]0, 3]$ 10
أو $=]-\infty, 3] \setminus \{0\}$
$D_{f'} =]-\infty, 0[\cup]0, 3[$ 10
أو $=]-\infty, 3[\setminus \{0\}$
2) $x = 3$ معادلة مستقيم شاقولي 5
$y = 1$ معادلة مستقيم أفقي 5
3) المعادلة ثلاثة حلول. 10

40

السؤال الثاني:

1) المجموعة معادلتها $x^2 + y^2 - \frac{4}{5}z^2 = 0$ 15
2) الكرة مركزها $(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ 5
نصف قطرها $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 5
معادلتها $(x-\frac{5}{2})^2 + (y-\frac{1}{2})^2 + (z-\frac{3}{2})^2 = \frac{3}{4}$ 15

40

السؤال الثالث:

$z_{\vec{AB}} = b - a = 1 - 2i$ 5
$z_{\vec{AC}} = c - a = 2 + i$ 5
$z_{\vec{AC}} = i\, z_{\vec{AB}}$ 5
$|z_{\vec{AC}}| = |i|\,|z_{\vec{AB}}|$ 5
$Ac = Ac$ 5
$\frac{z_{\vec{AC}}}{z_{\vec{AB}}} = i$ 5
$\arg\left(\frac{z_{\vec{AC}}}{z_{\vec{AB}}}\right) = \arg(i)$ 5
$(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\pi}{2}$ 5
فالمثلث قائم في A ومتساوي الساقين

40

السؤال الرابع:

$g(x) = \cos x$	$g'(x) = -\sin x$
$g(\frac{\pi}{2}) = 0$	$g'(\frac{\pi}{2}) = -1$

بفرض 20
حسب تعريف العدد المشتق
$g'(\frac{\pi}{2}) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{g(x) - g(\frac{\pi}{2})}{x - \frac{\pi}{2}} = -1$ 15
ومنه $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}} = -1$ 5

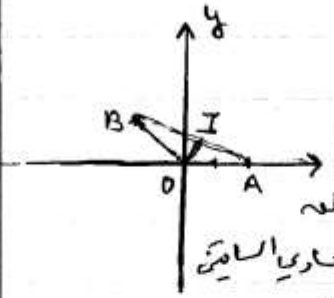
ثانياً: التمرين الأول

60

1) $+\infty$ عند $+\infty$: $+\infty - \infty$ عند تعيين
$f(x) = x + \ln\frac{x+1}{x}$ 5
بما أن $\lim_{x \to +\infty} \frac{x+1}{x} = 1$ ومنه 5
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ 10
2) $f(x) - y_\Delta = \ln\frac{x+1}{x}$
$\lim_{x \to +\infty} f(x) - y_\Delta = 0$ 5
ومنه $\Delta: y = x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$ 5
بما أن $\frac{x+1}{x} > 1$ إذن 5
$f(x) - y_\Delta = \ln\frac{x+1}{x} > 0$ 5
ومنه C فوق المقارب 5
3) $x = 1$ ومنه $y = f(1) = 1 + \ln 2$ 5
نقطة التماس $(1, 1+\ln 2)$ 5
$f'(x) = 1 + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$ 5
$m = f'(1) = \frac{1}{2}$ 5
معادلة المماس: $y - 1 - \ln 2 = \frac{1}{2}(x-1)$ 5

60

التمرين الثاني:



1) $OA = |a| = 2$ 3
$OB = |b| = 2$ 3
المثلث متساوي الساقين 4
2) (OI) منصف متعامد 5
بالتكافؤ في المثلث المتساوي الساقين
لأن $[OI]$ متوسط فيه ومنه 10
$(\vec{u}, \vec{OI}) = \frac{1}{2}\arg(b) = \frac{3\pi}{8}$ 10
3) $b = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ 5
$I = \frac{b+a}{2} = \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$ 10
$r = \sqrt{\frac{(2-\sqrt{2})^2}{4} + \frac{2}{4}} = 2 - \sqrt{2}$ 5
$I = (2-\sqrt{2})\, e^{\frac{3\pi}{8}i}$ 5

التمرين الثالث: (60)

1) $f'(x) = \frac{(2ax+b)(x-1) - (ax^2+bx+1)}{(x-1)^2}$ (20)

$f'(-1) = 0$ ينتج $3a - b - 1 = 0$ (5+5)

$f(-1) = 0$ ينتج $a - b + 1 = 0$ (5+5)

بالطرح $a = 1$ ، $b = 2$ (5+5)

2) نقطة التقاطع $(0, -1)$ ومنه 0 (5)

معادلته $y = 0$. (5)

التمرين الرابع:

1) نفرض $t = e^x$ ومنه $2t^2 + t - 10 = 0$ (5)

$\Delta = 81 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 9$ (5)

إما $t = e^x = \frac{-1+9}{4} = 2 \rightarrow x = \ln 2$ (5)

أو $t = e^x = \frac{-10}{4}$ مرفوض (5)

2) (10)

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
$2e^{2x} + e^x - 10$		$-$	0	$+$	

$D_f =]\ln 2, +\infty[$ (5)

3) $f(x) = \ln e^{2x}(2 + e^{-x} - 10e^{-2x})$ (5)

$= \ln e^{2x} + \ln(2 + e^{-x} - 10e^{-2x})$ (5)

$= 2x + \ln(2 + e^{-x} - 10e^{-2x})$ (5)

4) $\frac{f(x)}{x} = 2 + \frac{\ln(2 + e^{-x} - 10e^{-2x})}{x}$ (5)

$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ (5)

التمرين الأول: الهندسة الفضائية (100)

1) $H(2, 0, 0)$ ، $P(2, 2, 0)$ (5+5)

$M(2, 2, 2)$ ، $D(3, 3, 0)$ (5+5)

$C(0, 3, 0)$ ، $B(0, 0, 0)$ (5+5)

$A(3, 0, 0)$ (5)

2) $MP = \sqrt{0+0+4} = 2$ (10)

$MH = \sqrt{0+4+4} = 2\sqrt{2}$ (10)

$PH = \sqrt{0+4+0} = 2$ (10)

$E(0, 0, 6)$

3) $\vec{MH} = \alpha \vec{EB} + \beta \vec{EC}$ (20)

$(0, -2, -2) = \alpha(0, 0, -6) + \beta(0, 3, -6)$ (10)

ومنه $\alpha = 1$ ، $\beta = \frac{-2}{3}$ (5)

فالنقطة مرتبطة خطيا.

التمرين الثاني: الدراسة والتمثيل: (100)

1) (5+5)

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2) $f(x) - y_\Delta = \frac{1}{x^2}$ (3)

3) $\lim_{x \to -\infty} f(x) - y_\Delta = 0$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) - y_\Delta = 0$ (5)

$\Delta: y = 2x - 1$ مقارب مائل في $\pm\infty$ (3)

$f(x) - y_\Delta = \frac{1}{x^2} > 0$: وضعية المقارب Δ (3)

4) $D_f =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ ، f مستمرة واشتقاقية على كل من المجاليين (2)

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ (2+2)

$x = 0$ مقارب شاقولي أو المستقيم ذو المعادلة $x = 0$ يوازي أو ينطبق على $y'y$ (2)

$f'(x) = 2 - \frac{2}{x^3} = \frac{2x^3 - 2}{x^3}$ (10)

$f(1) = 2$ ، $x = 1$ ومنه $f'(x) = 0$ (2+3)

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗		$+\infty$ $\|$ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

كل قيمة 2 / كل سهم 3 / $f(1) = 2$ قيمة حدية محلية 5

5) $f(]-\infty, 0[) =]-\infty, +\infty[\supset 0$ (2)

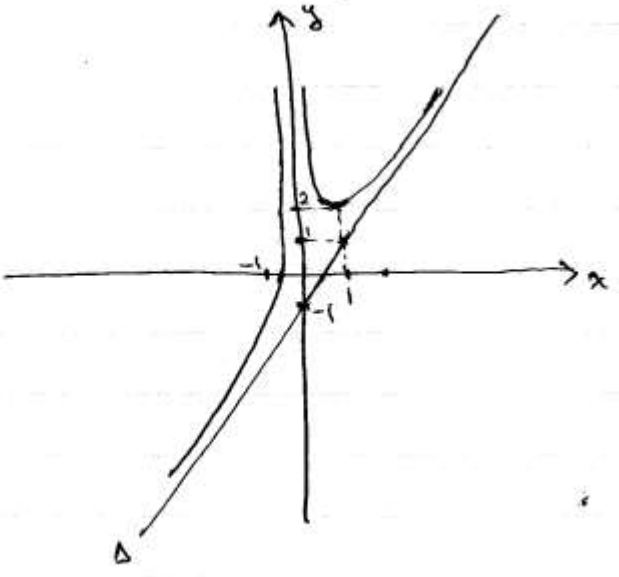
f مستمرة ومطردة تماما في هذا المجال المعادلة حل وحيد فيه (5)

$f(]0, 1[) =]2, +\infty[\not\ni 0$ لا يقبل حل (2)

$f([1, +\infty[) = [2, +\infty[\not\ni 0$ " " " (2)

$f(-1) = -2$ إذا " للمعادلة حل وحيد α (1)

$\alpha \in]-1, 0[$ بما أن $f(-1) \times \lim_{x \to 0^-} f(x) < 0$ (5)



رسم التوجيه 5 ، Δ 5

انتهت السلم